

Formale Sprachen und Komplexität, SS 18
Tutoriumsblatt 4

Aufgabe 4-1 Reguläre Ausdrücke

Geben Sie jeweils einen regulären Ausdruck an, der die folgenden Sprachen beschreibt.

- a) Es sei $L \subseteq \{0, 1\}^*$ die Menge aller Worte, die mit 01 enden.

Lösungsvorschlag:

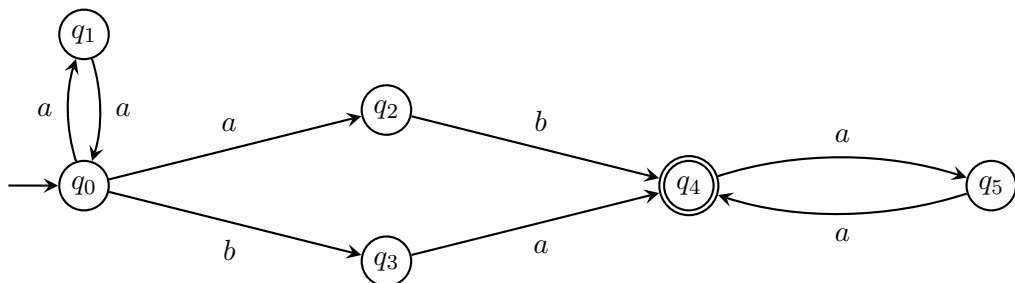
$(0|1)^*01$

- b) Es sei M eine Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ mit $M = \{10^i1^j0 \mid i \text{ und } j \text{ sind gerade} \wedge i, j \geq 0\}$.

Lösungsvorschlag:

$1(00)^*(11)^*0$

- c) Es sei N die Sprache, welche von folgendem Automaten akzeptiert wird:



Lösungsvorschlag:

$(aa)^*ab(aa)^* \mid (aa)^*ba(aa)^*$ bzw. $(aa)^*(ab|ba)(aa)^*$

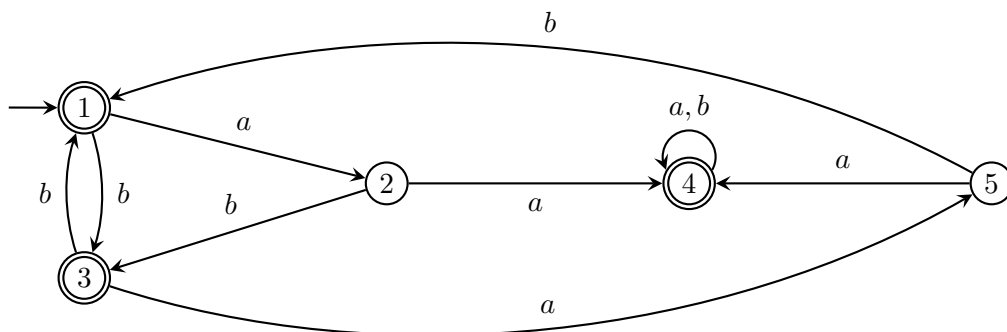
- d) Es sei Q die Menge aller Worte über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, die mindestens einmal das Teilwort abc enthalten.

Lösungsvorschlag:

$(a|b|c|d)^* abc (a|b|c|d)^*$

Aufgabe 4-2 Minimalautomat

Minimieren Sie den folgenden Automaten M mit dem Table-Filling-Algorithmus:



Lösungsvorschlag:

1. Tabelle (Matrix), Zeilen/Spalten indiziert mit Zuständen

Markierungen in der Tabelle bedeuten „verschiedenes Akzeptanzverhalten“.

Diese Beziehung ist symmetrisch und irreflexiv.

Deshalb ist nur der Teil unter der Hauptdiagonalen relevant.

1					
2					
3					
4					
5					
	1	2	3	4	5

Zwei Zustände haben verschiedenes Akzeptanzverhalten, wenn es ein Wort $w \in \Sigma^*$ gibt, das ausgehend vom einen akzeptiert wird und ausgehend vom anderen nicht.

Dann können diese Zustände nicht zu einem verschmolzen werden.

Denn falls der Automat in diesen verschmolzenen Zustand käme und das Restwort w wäre, wäre nicht mehr unterscheidbar, ob er akzeptieren soll oder nicht.

2. Initiale Markierung

Alle Paare Endzustand/Nicht-Endzustand

(sie haben verschiedenes Akzeptanzverhalten für ε)

1					
2	*				
3		*			
4		*			
5	*		*	*	
	1	2	3	4	5

3. Vervollständigen der Tabelle

$(1, 4) \xrightarrow{a} (2, 4)$ bereits markiert.

$(3, 4) \xrightarrow{a} (4, 5)$ bereits markiert.

Jeweils nicht markiert sind:

$(1, 3) \xrightarrow{a} (2, 5)$

$(1, 3) \xrightarrow{b} (1, 3)$

$(2, 5) \xrightarrow{a} (4, 4)$

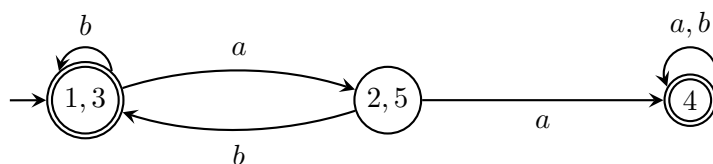
$(2, 5) \xrightarrow{b} (1, 3)$

1					
2	*				
3		*			
4	•	*	•		
5	*		*	*	
	1	2	3	4	5

4. Minimalautomat

Laut End-Markierung der Tabelle haben 1 und 3 sowie 2 und 5 gleiches Akzeptanzverhalten, alle anderen Paare verschiedenes.

Also werden 1 und 3 sowie 2 und 4 jeweils verschmolzen, der Rest bleibt wie in M .



Aufgabe 4-3 Pumping Lemma (regulär)

Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m a^n \mid n > 0, m > 0\}$ über $\Sigma = \{a, b, c\}$. Zeigen Sie, dass diese Sprache nicht regulär ist.

Lösungsvorschlag:

Widerspruchsannahme: L ist regulär. Sei p die Pump-Zahl von L . Betrachte das Wort $z = a^{p+1} b a^{p+1} \in L$. Da z länger als p ist, existieren nach dem Pumping-Lemma Wörter u, v, w , sodass:

$$z = uvw \quad (1)$$

$$|uv| \leq p \quad (2)$$

$$|v| > 0 \quad (3)$$

$$\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^i w \in L \quad (4)$$

Wegen (2) besteht uv nur aus a 's. wegen (4) ist $z' = uv^2 w \in L$. Wegen (3) ist allerdings die erste Folge von a 's in z' länger als die zweite. Widerspruch!

Aufgabe 4-4 Pumping Lemma (regulär)

Gegeben sei die Sprache $L = \{\omega \mid |\omega|_a = 2|\omega|_b\}$ über $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie, dass diese Sprache nicht regulär ist.

Lösungsvorschlag:

Widerspruchsannahme: L ist regulär. Sei p die Pump-Zahl von L . Betrachte das Wort $z = a^{2p} b^p \in L$. Da z länger als p ist, existieren nach dem Pumping-Lemma Wörter u, v, w sodass:

$$z = uvw \quad (1)$$

$$|uv| \leq p \quad (2)$$

$$|v| > 0 \quad (3)$$

$$\forall i \in \mathbb{N}_0 : uv^i w \in L \quad (4)$$

Wegen (4), muss $|v|_a = 2|v|_b$ gelten. Aber wegen (3) muss v nur aus a 's bestehen. Widerspruch!

Aufgabe 4-5 Reguläre Ausdrücke

Lösen Sie die folgenden Kreuzworträtsel. Zur Notation:

- Der Punkt steht für "ein beliebiges Zeichen".
- Eckige Klammern sind eine andere Schreibweise für Alternativen: $[ABC] = (A|B|C)$.

Hinweis: Alle Rätsel sind von der Seite <http://regexcrossword.com/>, dort können Sie Ihre Lösungen überprüfen und finden bei Interesse auch noch mehr Übungsbeispiele.

a)

(L E D G Y)*			
(A E J)*Y.*			
[FLEDG]*			

(L E D G Y)*	G	E	L
(A E J)*Y.*	E	Y	E
[FLEDG]*	L	E	G

(GE|PE)[AL]*

[EAF]+(YE|AB)*

(Q|R|LE)(G|I|M|P)

(GE|PE)[AL]*

[EAF]+(YE|AB)*

(Q|R|LE)(G|I|M|P)

Lösungsvorschlag:

Lösung auf <http://regexcrossword.com/>, Kategorie "Palindromeda" eingeben und testen.

b)

[TRASH]*				
(FA AB)[TUP]*				
(BA TH TU)*				
.*A.*				

[TRASH]*	R	A	T	S
(FA AB)[TUP]*	A	B	U	T
(BA TH TU)*	T	U	B	A
.*A.*	S	T	A	R

(TS|RA|QA)*

(AB|UT|AR)*

(K|T)U.*(A|R)

(AR|FS|ST)+

(TS|RA|QA)*

(AB|UT|AR)*

(K|T)U.*(A|R)

(AR|FS|ST)+

Lösungsvorschlag:

Lösung auf <http://regexcrossword.com/>, Kategorie "Palindromeda" eingeben und testen.