

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von $T(n)$ mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer $T(1) = 1$:

a) $T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n \log(n)$.

b) $T(n) = 3 \cdot T(n/2) + n^2 \log(n)$.

c) $T(n) = 2 \cdot T(n/2) + n \log(n)$.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte das Wort $s = s_0 \cdots s_8 = abababaaba$ und die angegebenen Z-Werte:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s_i	a	b	a	b	a	b	a	a	b	a
Z_i		0	5	0	3	0	?	?	?	1

- a) Zeichne die Z-Boxen für die Z-Werte Z_1, \dots, Z_9 ein.
- b) Gib die Berechnung der drei fehlenden Z-Werte Z_6, Z_7 und Z_8 gemäß dem in der Vorlesung angegebenen Linearzeit-Algorithmus an und begründe (bzgl. der einzelnen Fälle), warum der Algorithmus die einzelnen Schritte ausführt.

a b a b a b a a b a

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Löse die folgende Rekursionsgleichung **mit Hilfe der allgemeinen Lösung für lineare Rekursionsgleichungen**:

$$f_n = 2 \cdot f_{n-1} + 1 \quad \text{für } n \geq 1, \quad \text{und} \quad f_0 = 0.$$

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Beweise $\Delta \binom{m+x}{x} = \binom{m+x}{x+1}$ für $m \geq 0$ und berechne damit sowie mithilfe der diskreten Stammfunktion und partieller Integration für $m \in \mathbb{N}_0$:

$$\sum_{i=0}^{n-1} i \cdot \binom{m+i}{i+1}$$

Hinweis: Es gilt $\binom{m}{n} = \frac{m \cdot \dots \cdot (m-n+1)}{n \cdot \dots \cdot 1}$.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 \cdots w_m \in \Sigma^m$ bezeichnet $w^R = w_m \cdots w_1 \in \Sigma^m$ das *gespiegelte Wort* zu w .

Konstruiere einen Linearzeit-Algorithmus, der für ein Wort $t \in \Sigma^*$ ein kürzestes Teilwort w von t findet, dass nur genau einmal in t vorkommt und dessen gespiegeltes Wort w^R nicht in t vorkommt.

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!