

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gib das Master-Theorem aus der **Vorlesung** an. Spezifiziere hierzu insbesondere die drei verschiedenen Fälle und gib an, welche Lösung der jeweilige Fall besitzt.

Bestimme die Asymptotik von $T(n)$ mithilfe des Master-Theorems aus der **Vorlesung** unter Angabe einer der drei Fälle (siehe oben) mit Begründung bzw. begründe, warum das Master-Theorem nicht anwendbar ist. Es gilt dabei immer $T(1) = 1$:

a) $T(n) = 4 \cdot T(n/3) + n^2$.

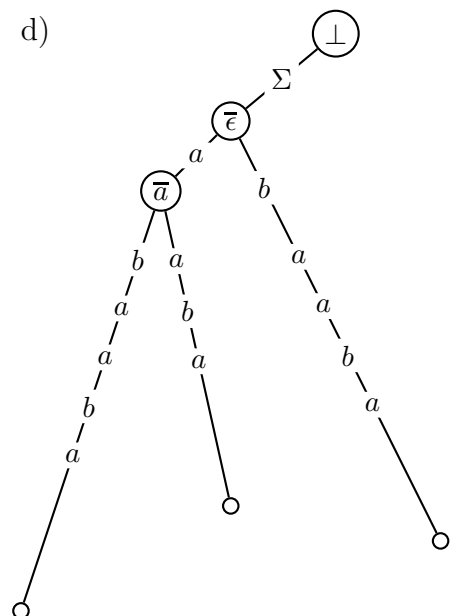
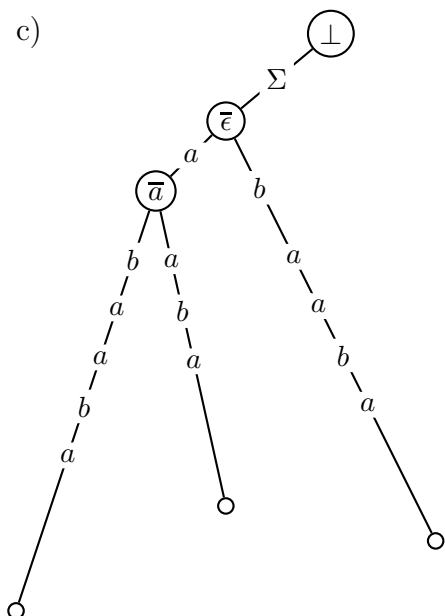
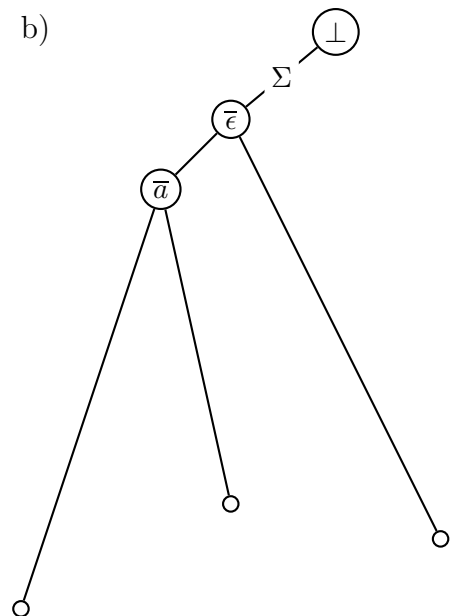
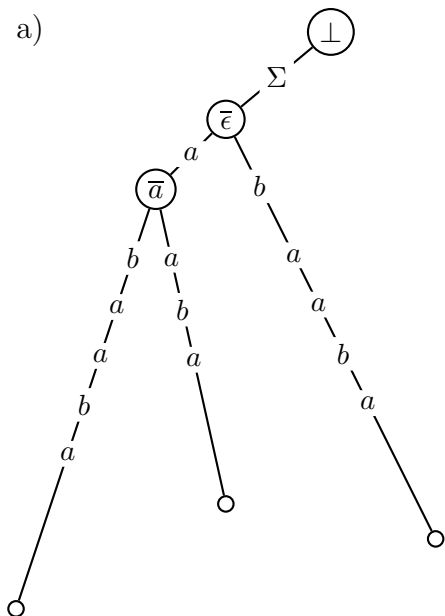
b) $T(n) = 2 \cdot T(n/2) + \sqrt{n}$.

c) $T(n) = 9 \cdot T(n/3) + n^2$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Betrachte den unter a) abgebildeten Suffix-Baum für $s = s_1 \cdots s_6 = abaaba$. Der besseren Lesbarkeit wegen sind hierbei immer explizit die Kantenlabels statt der Referenzen angegeben.

- Zeichne alle Suffix-Links ein, die Ukkonens Algorithmus hierfür konstruiert hat.
- Gib die Kantenlabels so an, wie sie in Ukkonens Algorithmus verwendet werden.
- Führe Ukkonens Algorithmus für den Übergang von s auf $s' = s \cdot a = abaabaa$ aus.
- Führe Ukkonens Algorithmus für den Übergang von s' auf $s'' = s' \cdot a = abaabaaa$ aus. Gib für c) und d) alle Zwischenschritte an, markiere insbesondere die Position des aktiven Knotens und Endknotens im jeweiligen Suffix-Baum. Zeichne dabei nur die verwendeten und neu eingetragenen Suffix-Links mit jeweils einer anderen Farbe ein und nummeriere die neuen Blätter in der Reihenfolge der Einfügung.



Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Betrachte die Wörter $s = \text{CORONA}$ und $t = \text{SCORES}$. Berechne den ersten Schritt des Hirschberg-Algorithmus bei einem globalen Sequenzen-Alignment für s und t zur Rekonstruktion des Tracebacks. Bestimme insbesondere den bzw. die Schnittpunkte der Wörter s und t , d.h. die Teilwörter, für die der Hirschberg-Algorithmus rekursiv aufgerufen wird und gib das bzw. die zugehörigen Alignments an.

Die beiden rekursiven Aufrufe müssen nicht ausgeführt werden, das jeweilige Alignment kann von Hand ermittelt werden. Zeichne dabei in der Tabelle auch die Traceback-Pfeile ein (die vom Hirschberg-Algorithmus nicht verwendet werden).

Die Kostenfunktion für ein Distanzmaß sei dabei mit 0 für ein Match, mit 3 für eine Substitution und mit 2 für eine Indel-Operation gegeben.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Beweise $\Delta(n \cdot H_{n-1}) = H_n + 1$ und berechne damit sowie mithilfe der diskreten Stammfunktion und partieller Integration für $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{i=1}^{n-1} H_i \cdot (H_i + 1)$$

Erinnerung: Es gilt $H_n = \sum_{j=1}^n \frac{1}{j}$.

Vorname: _____ Name: _____ Matrikelnummer: _____

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Für ein Wort $w = w_1 \cdots w_n \in \Sigma^*$ ist seine *Spiegelung* definiert als $w^R := w_n \cdots w_1 \in \Sigma^*$. Ein Wort $w' \in \Sigma^*$ ist eine *Doppelspiegelung* eines Wortes $w \in \Sigma^*$, wenn es zwei Worte $x, y \in \Sigma^*$ mit $w = xy$ gibt, so dass $w' = x^R y^R$ gilt.

Beispielsweise ist LAGERTOR eine Doppelspiegelung von REGALROT.

Konstruiere einen Algorithmus, der für zwei Zeichenketten s und t in linearer Zeit ermittelt, ob s eine Doppelspiegelung von t ist.

Hinweis: Korrektheitsbeweis und Laufzeitanalyse nicht vergessen!